Del B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 11-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 29 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *”Endast svar krävs”* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Vilken är den fjärde termen i den geometriska summan $2+2\cdot 3+2\cdot 3^2+\ldots$? _____ (1/0/0)

2. För vilket värde på x är uttrycket $\frac{3x-21}{6-x}$ *inte* definierat?

_____ (1/0/0)

3. Vilket av alternativen A-E visar ett polynom?

A. $\frac{4}{x^3}+4x^3$

B. $x^2+x^{2,5}$

C. $\left(2+\frac{1}{x}\right)^3$

D. $4x^3+2x^2$

E. $\frac{5x}{12x-x^2}$ _____ (1/0/0)

4. Hur många reella lösningar har ekvationen nedan?

$(x-1)(x^2-4)=0$ _____ (1/0/0)

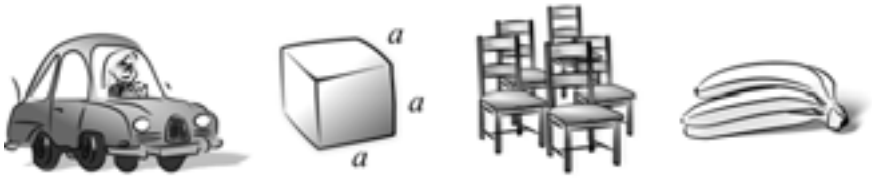
5. Derivera

a) $f(x)=3x^4+6x+10$ _____ (1/0/0)

b) $f(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}x$ _____ (0/1/0)

c) $f(x)=\frac{2}{3x}+\frac{3x}{2}$ _____ (0/1/0)

6. Nedan ges några olika situationer som kan beskrivas med en funktion.
Vilket av alternativen A-D beskrivs bäst med en diskret funktion?



A. Bensinförbrukningen hos en bil beror av hur långt bilen körs.

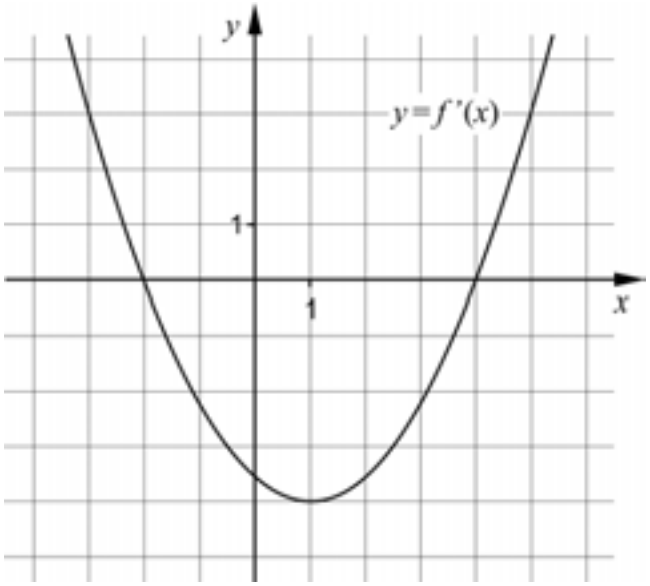
B. Volymen av en kub beror av sidans längd.

C. Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.

D. Kostnaden för bananer beror av vikten på bananerna.

_____ (0/1/0)

7. Figuren nedan visar grafen till derivatan f' för en tredjegradsfunktion f.



a) För vilket värde på x har grafen till f en minimipunkt?

_____ (0/1/0)

b) För vilka värden på x är f avtagande? _____ (0/2/0)

8. Ange *alla* funktioner som har egenskapen att $f(x) = f'(x)$ där $f(x) \neq 0$

_____ (0/1/1)

9. Bestäm

a) $\lim_{x \to 0}(e^x + 7)$ _____ (1/0/0)

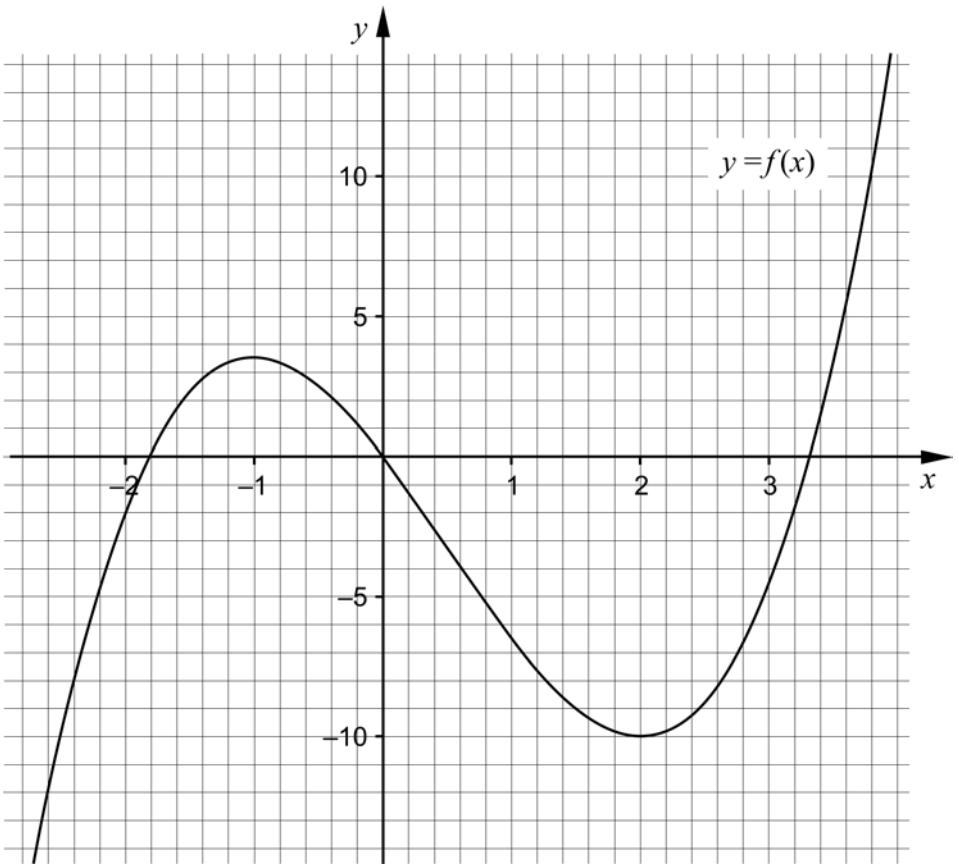
b) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{\frac{16x}{4x+9}}$ _____ (0/0/1)

10. I figuren visas grafen till tredjegradsfunktionen f. Använd grafen för att besvara följande frågor.

a) Lös ekvationen $f(x) + 6{,}5 = 0$ _____ (0/0/1)

b) För funktionen g gäller att $g(x) = f(x) + k$ där k är en positiv konstant.
För vilka värden på k har ekvationen $g(x) = 0$ endast en reell lösning?

_____ (0/0/1)



Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Beräkna $\int_1^2 6x^2 \, dx$ algebraiskt. (2/0/0)

12. För funktionen f gäller att $f(x) = x^3 - 3x^2$
Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0/0)

13. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = 5x^2 + 3x$ och $g(x) = x^2 + 8x$

a) Bestäm det värde på x där grafen till f har lutningen 18 (2/0/0)

b) Grafen till g har en tangent i den punkt där $x = 6$
Bestäm koordinaterna för tangentens skärningspunkt med x-axeln. (0/3/0)

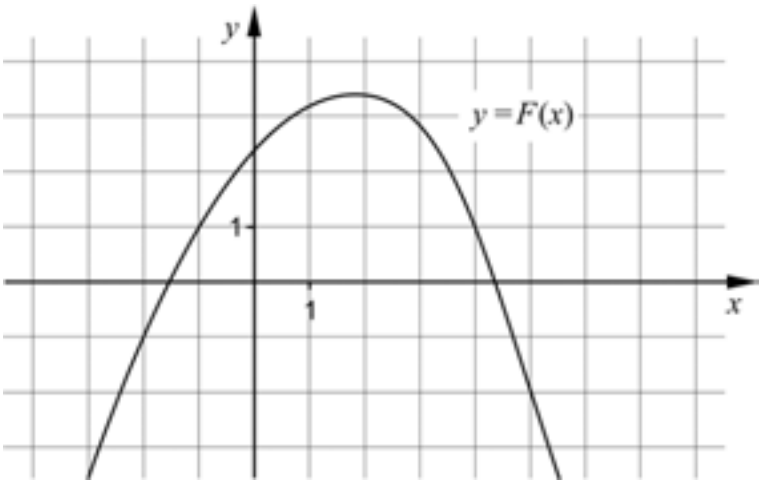
14. Förenkla så långt som möjligt.

a) $\dfrac{(x-3)(x+2)}{2x-6}$ (1/0/0)

b) $\dfrac{x^2+8x+16}{2x^2-32}$ (0/2/0)

15. F är en primitiv funktion till funktionen f.

I figuren visas grafen till funktionen F. Bestäm $\int_{-2}^{5} f(x)\,dx$ (0/0/1)



16. Bestäm derivatan till $f(x) = \frac{A}{x}$ med hjälp av derivatans definition. (0/2/2)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 29 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *”Endast svar krävs”* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

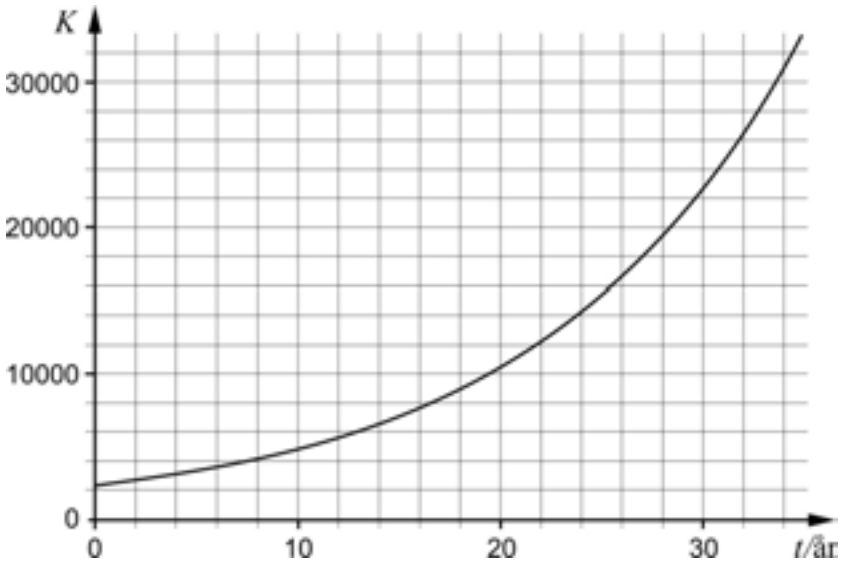
Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Bestäm det värde på x där derivatan till $f(x) = x^2 + 5x$ är lika med derivatan till $g(x) = -5x^2 + 14x$ (2/0/0)

18.

Kanadagåsen infördes till Sverige på 1930-talet. Därefter har populationen ökat. Vid samma tidpunkt varje år görs en inventering av antalet kanadagäss. Populationens tillväxt kan beskrivas med en exponentiell modell.

Diagrammet nedan visar antalet kanadagäss K som funktion av tiden t år, där $t = 0$ motsvarar år 1977.



a) Bestäm ett närmevärde till $K'(30)$ med hjälp av grafen. (1/0/0)

b) Ge en tolkning av vad $K'(20) = 800$ betyder för antalet kanadagäss i detta sammanhang. (0/1/0)

19. Marcel tänker sätta in 2000 kr på ett sparkonto i slutet av varje år. Han tänker göra sin första insättning i slutet av år 2013 och den sista i slutet av år 2020. Marcel räknar med en årlig ränta på 2 %.

Hur mycket pengar kommer han att ha på sitt konto omedelbart efter den sista insättningen? (2/0/0)

20. Sture har ett enmansföretag som köper in färdiga trädetaljer i furu. Han tillverkar enbart två produkter, pallar och byråer. Stures arbetsuppgifter består av att montera och lacka dessa, vilket han inte kan göra samtidigt. Följande data gäller för hans produktion:

Pall

Byrå

	Arbetstimmar (h)		Tillgängliga arbetstimmar per vecka (h)
	Pall	Byrå	
Montering	0,25	0,50	15
Lackning	0,40	1,00	25
Vinst per produkt	150 kr	320 kr	

Antag att Sture tillverkar *x* pallar och *y* byråer under en vecka.

a) Sture får en order på 40 pallar och 10 byråer. Hinner han tillverka dessa under en arbetsvecka? (2/0/0)

b) Bestäm den maximala vinst som Stures företag kan göra under en arbetsvecka. (0/4/0)

21. Är följande påståenden korrekta? Motivera dina svar.

a) $F(x) = 3e^x$ är en primitiv funktion till $f(x) = e^{3x}$ (1/0/0)

b) Grafen till $f(x) = x^3 + ax$ har tre olika nollställen om konstanten $a \leq 0$ (0/2/1)

22. Karolina häller upp en kopp kaffe i ett rum där temperaturen är 20°C. Hon mäter kaffets temperatur direkt och därefter varje minut under de första 5 minuterna. Karolina anpassar sedan en matematisk modell till sina mätvärden:

$T(t) = 95\mathrm{e}^{-0{,}039t}$

där T är kaffets temperatur i °C och t är tiden i minuter efter att Karolina startade sin mätning av temperaturen.

a) Bestäm temperaturen hos kaffet då Karolina startade sin mätning. (1/0/0)

b) Bestäm med hur många procent temperaturen hos kaffet minskar per minut. (0/1/0)

c) Karolinas modell stämmer väl överens med verkligheten i början. Utvärdera hur väl hennes modell stämmer överens med verkligheten över tid. (0/1/1)

23.

Tartaglia (1500-1557)

Italienaren Tartaglia var en matematiker som levde på 1500-talet. Han anses ha formulerat följande matematiska problem, här återgivet i modern översättning:

Summan av två positiva tal är 8. Bestäm talen så att produkten av talens differens och talens produkt blir så stor som möjligt.

Din uppgift är att lösa Tartaglias matematiska problem. (0/0/3)

24. För tredjegradsfunktionen f gäller att

- $f'(2) = -1$
- $f''(4) = 0$

Bestäm $f'(6)$ (0/0/3)

25. När Mario föds bestämmer sig hans mormor för att spara pengar åt honom i en burk. Mormor tänker lägga ett belopp som motsvarar kvadraten av Marios ålder multiplicerat med 100, varje gång han fyller år. Marios farbröder Sergio och Riccardo funderar över hur mycket pengar mormor kommer att ha i burken på Marios 6-årsdag.

Sergio säger: *Man får reda på hur mycket pengar som finns i burken genom att beräkna integralen* $\int_0^6 100x^2 \mathrm{d}x$

Riccardo funderar ett tag och svarar: *Nej, den ger ett för litet värde.*

Förklara varför integralen ovan ger ett för litet värde om man använder den för att räkna ut hur mycket pengar det finns i burken på Marios 6-årsdag. (0/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning 3
Bedömningsanvisningar 3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga 4
Provsammanställning - Kunskapskrav 5
Provsammanställning – Centralt innehåll 6
Kravgränser 7
Bedömningsanvisningar 8
Del B 8
Del C 10
Del D 11
Bedömda elevlösningar 15
Uppgift 12 15
Uppgift 13b 15
Uppgift 15 16
Uppgift 16 16
Uppgift 18b 16
Uppgift 20b 17
Uppgift 21b 18
Uppgift 22c 19
Uppgift 23 20
Uppgift 24 22
Uppgift 25 23
Ur ämnesplanen för matematik 26
Kunskapskrav Matematik kurs 3b och 3c 27
Centralt innehåll Matematik kurs 3b 28
Bedömningsformulär 29
Insamling av provresultat för matematik 30
Urvalsinsamlingen 30

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. …
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R och 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning - Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 3b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 7b_1 och 7b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 7b.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1	1											
	2	1											
	3	1											
	4	1											
	5a		1										
	5b						1						
	5c						1						
	6					1							
	7a					1							
	7b_1					1							
	7b_2								1				
	8_1					1							
	8_2									1			
	9a	1											
	9b											1	
	10a											1	
	10b									1			
Del C	11_1		1										
	11_2		1										
	12_1		1										
	12_2		1										
	12_3		1										
	13a_1			1									
	13a_2			1									
	13b_1							1					
	13b_2							1					
	13b_3								1				
	14a		1										
	14b_1						1						
	14b_2						1						
	15											1	
	16_1					1							
	16_2						1						
	16_3									1			
	16_4												1

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1			1									
	17_2			1									
	18a	1											
	18b					1							
	19_1			1									
	19_2			1									
	20a_1				1								
	20a_2				1								
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	20b_3							1					
	20b_4								1				
	21a				1								
	21b_1								1				
	21b_2								1				
	21b_3												1
	22a			1									
	22b							1					
	22c_1							1					
	22c_2											1	
	23_1									1			
	23_2											1	
	23_3											1	
	24_1												1
	24_2												1
	24_3												1
	25_1								1				
	25_2												1
	25_3												1
	25_4												1
	Total	**6**	**7**	**7**	**6**	**6**	**5**	**7**	**7**	**4**	**-**	**6**	**11**
Σ	**72**	**26**				**25**				**21**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 3b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma3b															
					Algebra		Samband och förändring											Problem-lösning		
		E	C	A	A1	A2	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	PI	P3	P4
Del A		3	1	3																
Del B	1	1	0	0			X													
	2	1	0	0	X															
	3	1	0	0	X															
	4	1	0	0	X	X														
	5a	1	0	0						X	X									
	5b	0	1	0						X	X									
	5c	0	1	0						X	X									
	6	0	1	0				X												
	7a	0	1	0						X					X					
	7b	0	2	0						X					X					
	8	0	1	1						X		X								
	9a	1	0	0				X												
	9b	0	0	1				X										X		
	10a	0	0	1		X			X									X		
	10b	0	0	1		X			X											
Del C	11	2	0	0												X	X			
	12	3	0	0						X	X			X						
	13a	2	0	0						X	X		X					X		
	13b	0	3	0						X	X		X					X		
	14a	1	0	0	X															
	14b	0	2	0	X															
	15	0	0	1												X	X	X		
	16	0	2	2	X			X		X	X									
Del D	17	2	0	0						X	X		X					X		
	18a	1	0	0						X			X							
	18b	0	1	0						X										
	19	2	0	0			X											X	X	
	20a	2	0	0			X													
	20b	0	4	0			X											X	X	
	21a	1	0	0												X				
	21b	0	2	1	X				X											
	22a	1	0	0								X								
	22b	0	1	0								X								
	22c	0	1	1				X				X								
	23	0	0	3	X				X	X	X		X	X	X			X		X
	24	0	0	3	X				X	X	X		X	X						
	25	0	1	3				X								X	X			
Total		26	25	21																

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 29 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($2 \cdot 3^3$) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (6) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (D: $4x^3 + 2x^2$) +1 E_B

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (3) +1 E_B

5. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar ($f'(x) = 12x^3 + 6$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($f'(x) = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}$) +1 C_P

c) Korrekt svar $\left(f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-2} + \frac{3}{2} \right)$ +1 C_P

Kommentar: Svar utan ” $f'(x)$ ” anses vara korrekt.

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (C: Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.) +1 C_B

7. **Max 0/3/0**

a) Korrekt svar ($x = 4$) +1 C_B

b) Korrekt intervall, t.ex. ”x är större än eller lika med 2 och x är mindre än eller lika med 4” +1 C_B

där det korrekta intervallet kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C, dvs. med korrekt använda olikhetstecken ($-2 \leq x \leq 4$) +1 C_K

Kommentar: Vissa läromedel inkluderar inte derivatans nollställen i intervallet. Vid bedömning bör detta beaktas.

8. **Max 0/1/1**

Anger en korrekt funktion, t.ex. $y = e^x$ +1 C_B

med korrekt införd konstant ($y = ae^x$) +1 A_B

9. **Max 1/0/1**

a) Korrekt svar (8) +1 E_B

b) Korrekt svar (2) +1 A_{PL}

10. **Max 0/0/2**

a) Godtagbart svar ($x_1 \approx -2{,}3$; $x_2 \approx 1$ och $x_3 \approx 2{,}8$) +1 A_{PL}

b) Godtagbart svar ($k > 10$) +1 A_B

Del C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $2x^3$ +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) +1 E_P

12. **Max 3/0/0**

Korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 0,\ x_2 = 2$ +1 E_P

med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, $(0,\ 0)$ och $(2, -4)$ +1 E_P

Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
(maximipunkt $(0,0)$ och minimipunkt $(2, -4)$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 2/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $10x + 3 = 18$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 1{,}5$) +1 E_{PL}

b) Korrekt bestämning av tangentens ekvation, $y = 20x - 36$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($(1{,}8;\ 0)$) +1 C_{PL}

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x),\ f'(x),\ f'(6)$, termer såsom koordinater, tangent och x- axel samt hänvisning till tangentens ekvation etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{x+2}{2}\right)$ +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om uttrycket till $\dfrac{x^2 + 8x + 16}{2(x-4)(x+4)}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{x+4}{2(x-4)}\right)$ +1 C_P

15. **Max 0/0/1**

Godtagbar lösning, där insikt visas om att problemet löses genom direkt avläsning i graf, med korrekt svar (-1) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/2/2**

Korrekt tecknad ändringskvot, $\dfrac{\dfrac{A}{(x+h)}-\dfrac{A}{x}}{h}$ +1 C_B

med korrekt förenkling av ändringskvoten, t.ex. $\dfrac{-Ah}{hx(x+h)}$ +1 C_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x)=\dfrac{-A}{x^2}$ +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f(x+h)$, korrekt användning av symbolen $\lim_{h\to 0}$, bråkstreck och hänvisning till derivatans definition etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till derivatorna i ett och samma koordinatsystem +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 0{,}75$) +1 E_{PL}

18. **Max 1/1/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ($K'(30) \approx 1700$) +1 E_B

b) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då $t = 20$ år”) +1 C_B

Källa: Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder formeln för geometrisk summa +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (17166 kr) +1 E_M

20. **Max 2/4/0**

a) Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. undersöker hur många arbetstimmar som krävs för att montera 40 pallar och 10 byråer +1 E_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (Nej) +1 E_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer det system av olikheter som motsvarar kraven

$$\begin{cases} 0{,}25x + 0{,}50y \le 15 \\ 0{,}40x + y \le 25 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

+1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, bestämmer vinstfunktionens värde för någon av de aktuella punkterna +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9100 kr) +1 C_{PL}

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, parenteser, tydlig figur, olikhetstecken och termer såsom rät linje, koordinatsystem, olikheter, skärningspunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 1/2/1**

a) Godtagbart svar som visar insikt om att villkoret $F'(x) = f(x)$ inte är uppfyllt, (t.ex. ”Nej, för om man deriverar F får man inte f.”) +1 E_R

b)

E	**C**		**A**
	Troliggör för minst två special-fall att påståendet stämmer om $a < 0$ *eller* visar att påståen-det inte stämmer om $a = 0$.	Troliggör för mer än två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ *och* visar att påståen-det inte stämmer om $a = 0$.	Visar att påståendet stämmer för *alla* $a < 0$ *och* visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$.
	1 C_R	2 C_R	2 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Forts. uppgift 21

Kommentar (införd 2013-02-08): Bedömningsanvisningen ovan utgår från att eleven utreder fallen $a = 0$ och $a < 0$ separat och sedan drar separata slutsatser om dessa. Om någon sammanfattning av slutsatserna görs så är den av typen ”Det stämmer ibland” eller ”Det stämmer inte alltid.”

Om eleven istället visar att påståendet ”Grafen till $f(x) = x^3 + ax$ har tre olika nollställen om konstanten $a \leq 0$” är falskt genom att t.ex. peka på att fallet $a = 0$ strider mot påståendet, så ges två resonemangspoäng på C- och en resonemangspoäng på A-nivå.

22. **Max 1/2/1**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar ($95°$) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (3,8 %) +1 C_M

c)

E	**C**	**A**
	Utvärderar Karolinas modell med ett enkelt omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur. 1 C_M	Utvärderar Karolinas modell med ett nyanserat omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur *och* hur denna brist påverkar modellens egenskaper. 1 C_M och 1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/3**

Korrekt tecknad funktion för produkten i två variabler, t.ex. $D = xy(y - x)$ +1 A_B

där en variabel eliminerats korrekt, t.ex. $D = x(8 - x)(8 - 2x)$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar (6,31 och 1,69) +1 A_{PL}

Kommentar: Observera att om eleven härlett funktionen $D = 2x^3 - 24x^2 + 64x$ erhålls maximum då $x \approx 1{,}7$ och om eleven härlett funktionen $D = -2x^3 + 24x^2 - 64x$ erhålls maximum då $x \approx 6{,}3$

Källa: Tichomirov, V.M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. Providence, R.I.: American Mathematical Society. Sid.37

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. förklarar att derivatan är en funktion av andra graden som har en extrempunkt då $x = 4$ +1 A_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (På grund av symmetri hos andragradsfunktionen måste $f'(6) = f'(2) = -1$) +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x), f'(x), f'(6) = -1$ och termer såsom symmetri, andragradsfunktion, tredjegradsfunktion, graf, derivata och en tydlig figur med införda beteckningar etc. +1 A_K

Kommentar: Även en algebraisk ansats som utgår från de givna villkoren och en generell tredjegradsfunktion (t.ex. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$) och som leder till sambanden $24a + 2b = 0$ och $12a + 4b + c = -1$ ges den första poängen.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/1/3**

E	C	A	
	Anger någon relevant egenskap hos minst en av modellerna (summan eller integralen) som förklaring till skillnaden, t.ex. antyder att skillnaden har att göra med att mormor bara sätter in pengar ibland *eller* att hon inte sätter in pengar hela tiden.	Kopplar skillnaden till att de två modellerna (summan och integralen) baseras på en diskret respektive en kontinuerlig funktion, men ger ingen godtagbar förklaring till varför summan är större än integralen *eller* diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar.	Diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar *och* förklarar varför summan blir större än integralen genom att t.ex. hänvisa till en figur som visar hela tidsperioden där det framgår att arean under kurvan (integralen) är mindre än den sammanlagda arean av de sex staplarna (summan).
	1 C_R	1 C_R och 1 A_R	1 C_R och 2 A_R

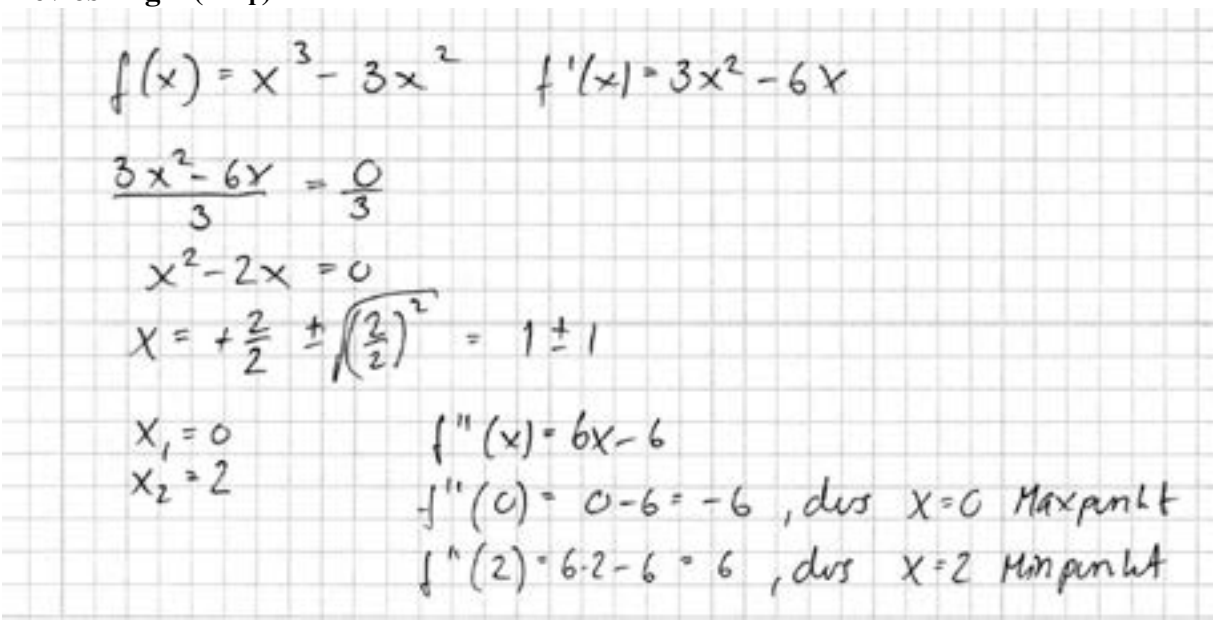
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara integralbeteckningar, likhetstecken och termer såsom funktionsvärde, diskret och kontinuerlig funktion, area, summa och en tydlig figur över hela tidsperioden etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 12

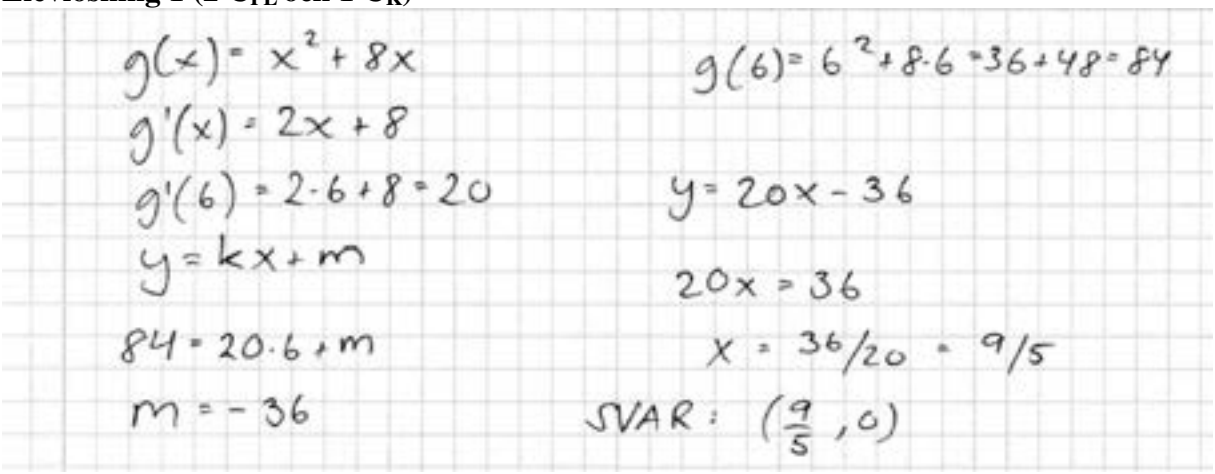
Elevlösning 1 (2 E_P)



Kommentar: Elevlösningen innehåller ingen beräkning av *y*-koordinaterna. Däremot verifieras extrempunkternas karaktär. Sammantaget ges lösningen den första och den tredje procedurpoängen på E-nivå.

Uppgift 13b

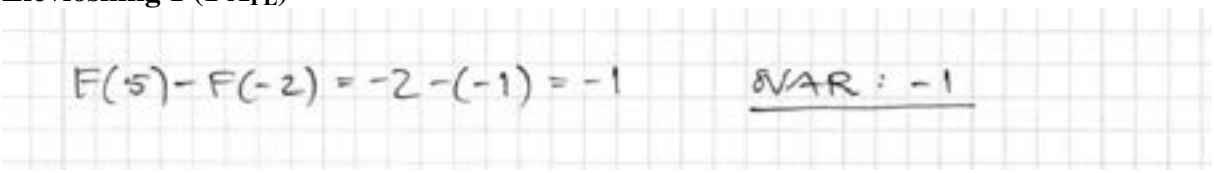
Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 1 C_K)



Kommentar: Elevlösningen är någorlunda strukturerad med korrekt hantering av symbolerna $g(x)$, $g'(x)$ och $g(6)$. Det framgår dock inte med tydlighet att $k = g'(6)$ och att ekvationen $y = 0$ löses för att beräkna skärningen med *x*-axeln. Elevlösningens kvalitet motsvarar därmed nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

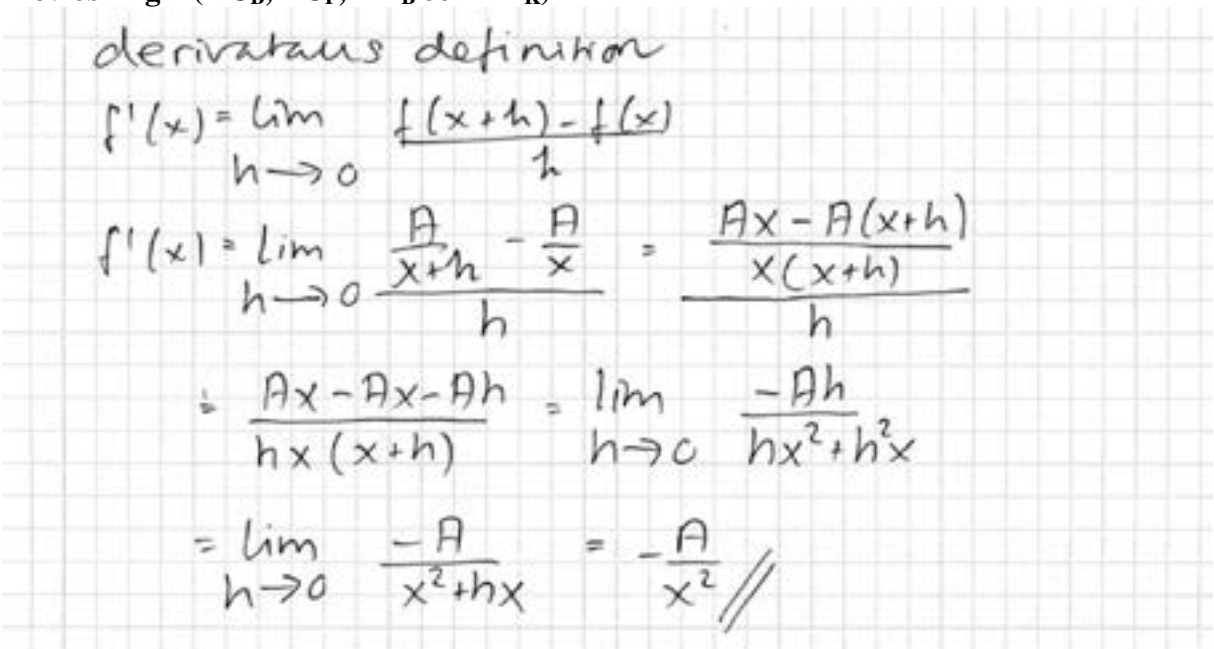
Elevlösning 1 (1 A_{PL})



Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att problemet löses genom avläsning i graf, även om det inte framgår varför avläsning i grafen skett. Elevlösningen motsvarar en problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 16

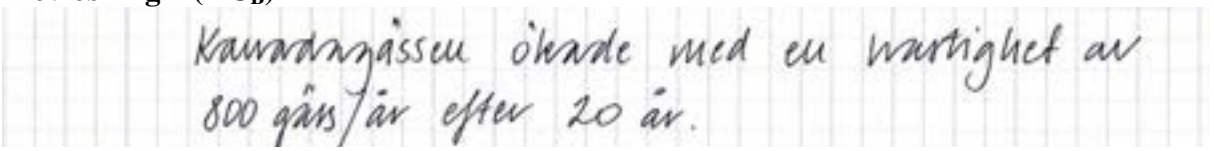
Elevlösning 1 (1 C_B, 1 C_P, 1 A_B och 1 A_K)



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps- och en procedurpoäng på C-nivå samt en begreppspoäng på A-nivå. Under förenklingen av ändringskvoten tappas ”lim” bort på första och andra raden, men vid själva gränsvärdesbestämningen på sista raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen uppfyller därmed nätt och jämnt kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18b

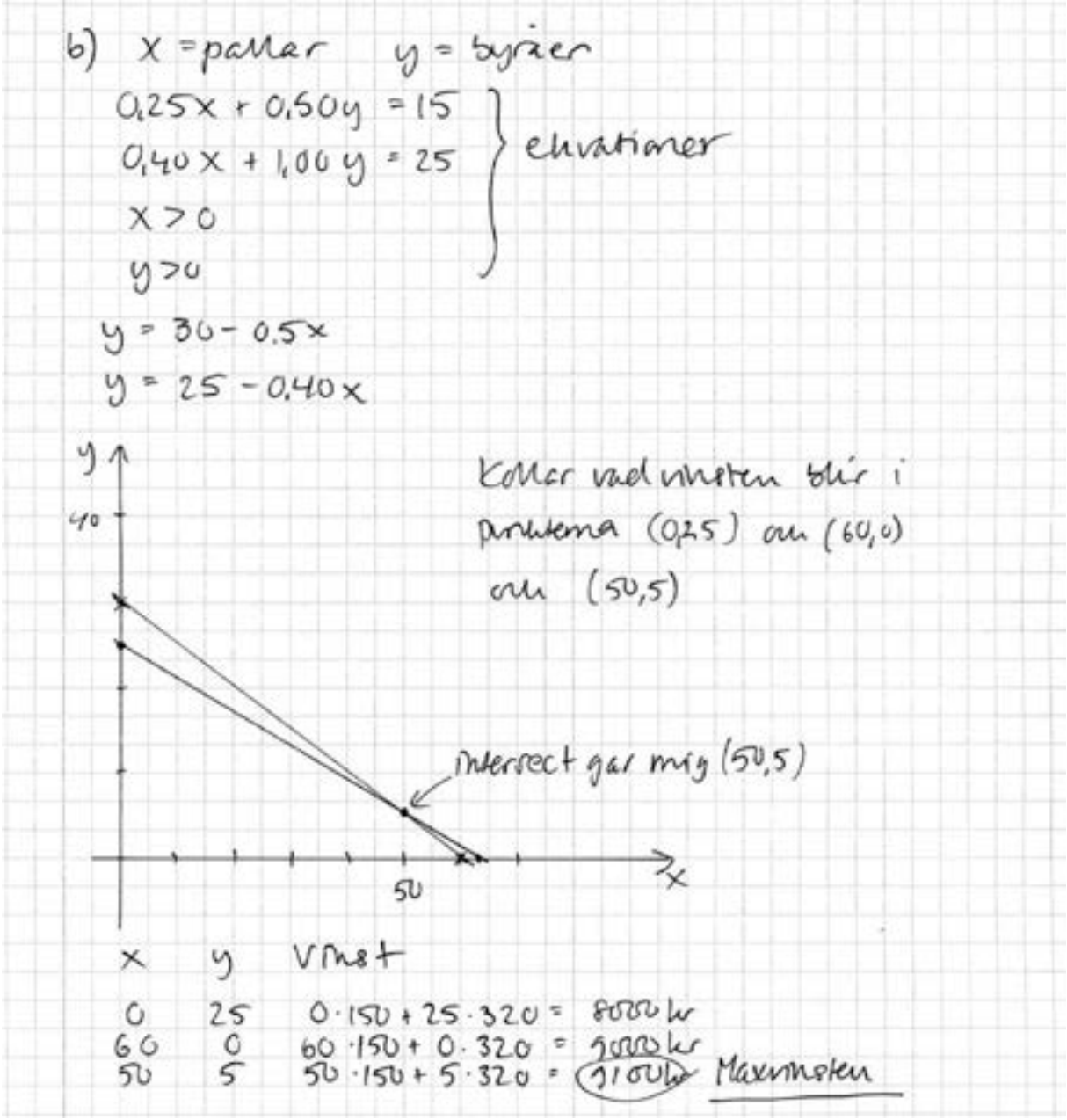
Elevlösning 1 (1 C_B)



Kommentar: Tolkningen att det är en hastighet i antal kanadagäss/år som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen ”efter 20 år” är otydlig eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då $t > 20$. Lösningen motsvarar därmed nätt och jämnt en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 20b

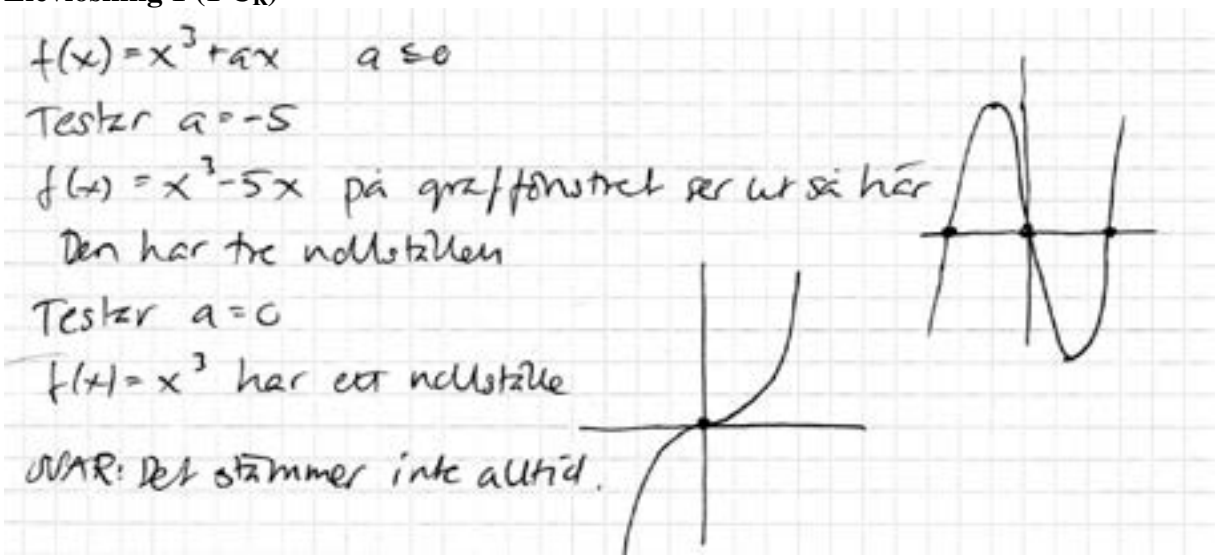
Elevlösning 1 (3 C_{PL} och 1 C_K)



Kommentar: Elevlösningen visar hur grafräknare används på ett godtagbart sätt för att lösa uppgiften, vilket motsvarar tre problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller den skriftliga kommunikativa förmågan används inte olikhetstecken i de inledande sambanden och olikheterna kallas för ekvationer. Dessutom framgår inte med tydlighet i figuren vilket område som anses vara aktuellt. Redovisningen av vinstberäkningarna och hur grafräknaren använts för att bestämma skärningspunkten är någorlunda tydlig. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt motsvara en kommunikationspoäng på C-nivå.

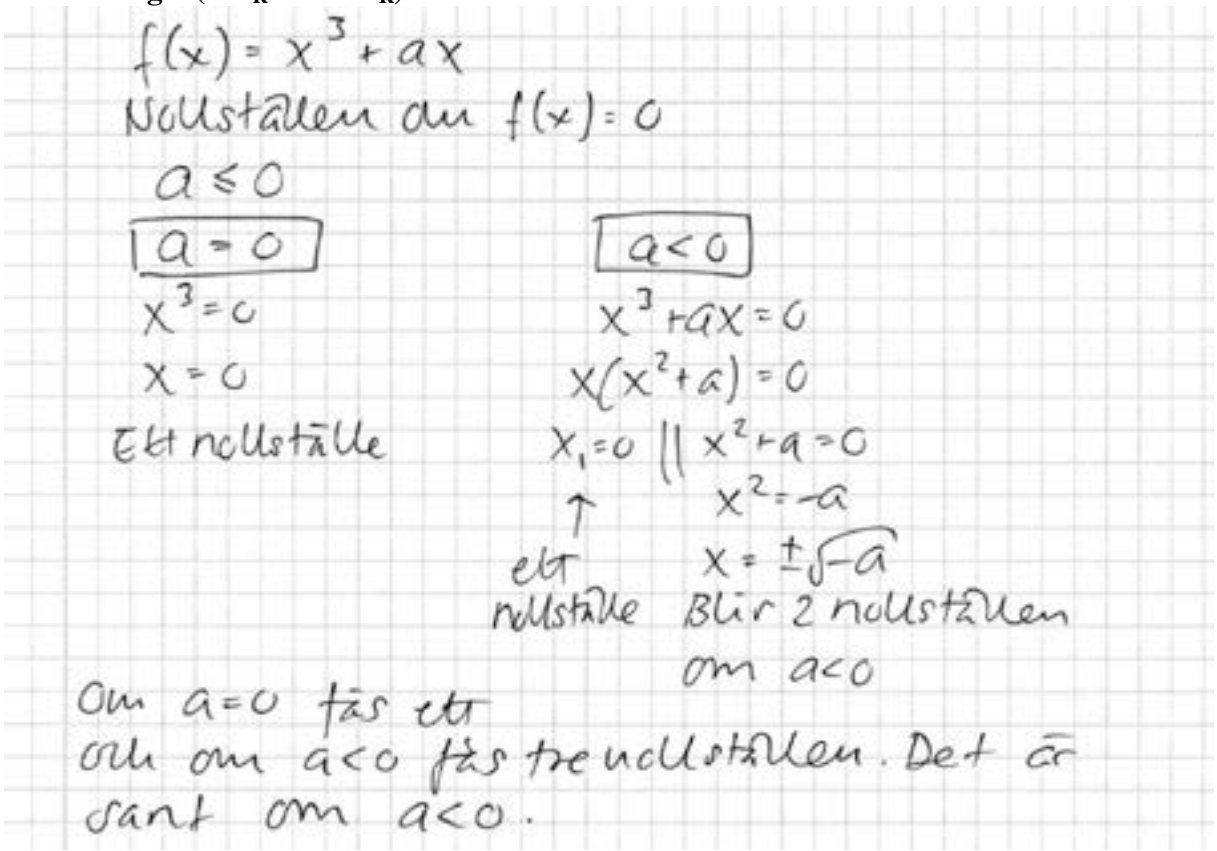
Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 C_R)



Kommentar: I elevlösningen undersöks antalet nollställen då $a = -5$ och då $a = 0$ med grafräknare. Om elevlösningen innehållit en undersökning av ytterligare ett specialfall, t.ex. $a = -10$, skulle lösningens kvalitet ha motsvarat två resonemangspoäng på C-nivå. Lösningen ges nu en resonemangspoäng på C-nivå.

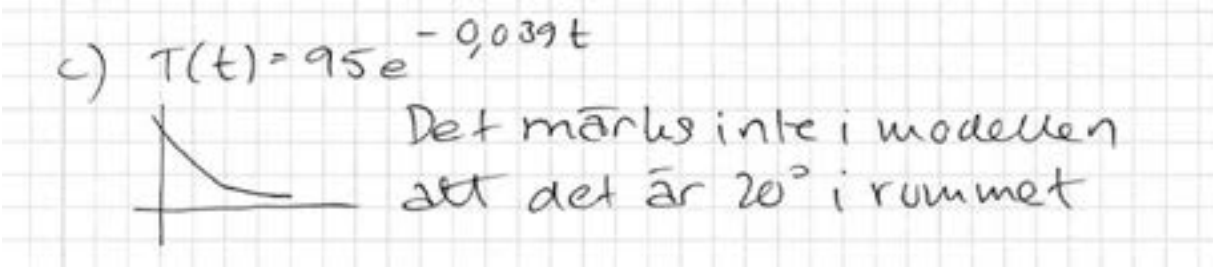
Elevlösning 2 (2 C_R och 1 A_R)



Kommentar: Elevlösningen uppvisar en korrekt, generell undersökning. Lösningen ges samtliga resonemangspoäng.

Uppgift 22c

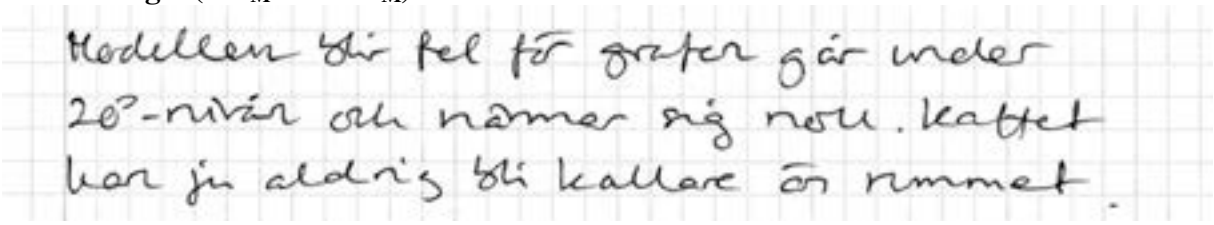
Elevlösning 1 (1 C_M)



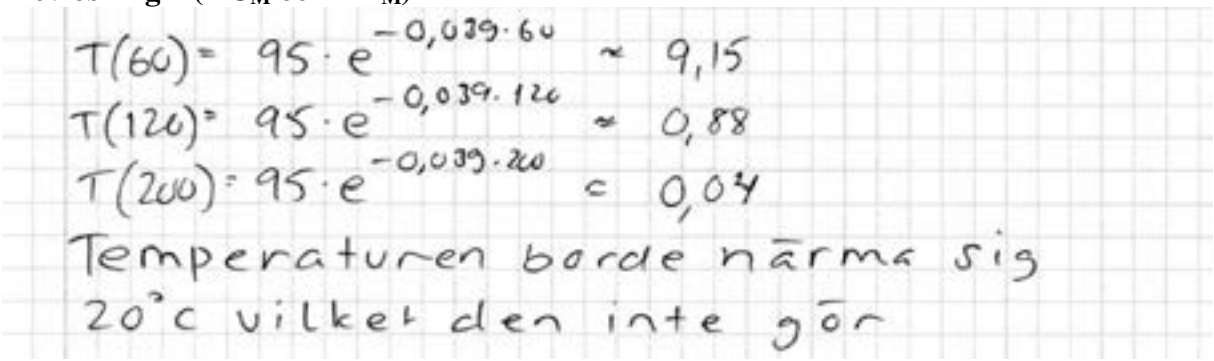
Kommentar: I elevlösningen framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen, men inte på vilket sätt detta påverkar modellens egenskaper. Elevlösningen ges därmed en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M och 1 A_M)

Elevlösning 3 (1 C_M och 1 A_M)



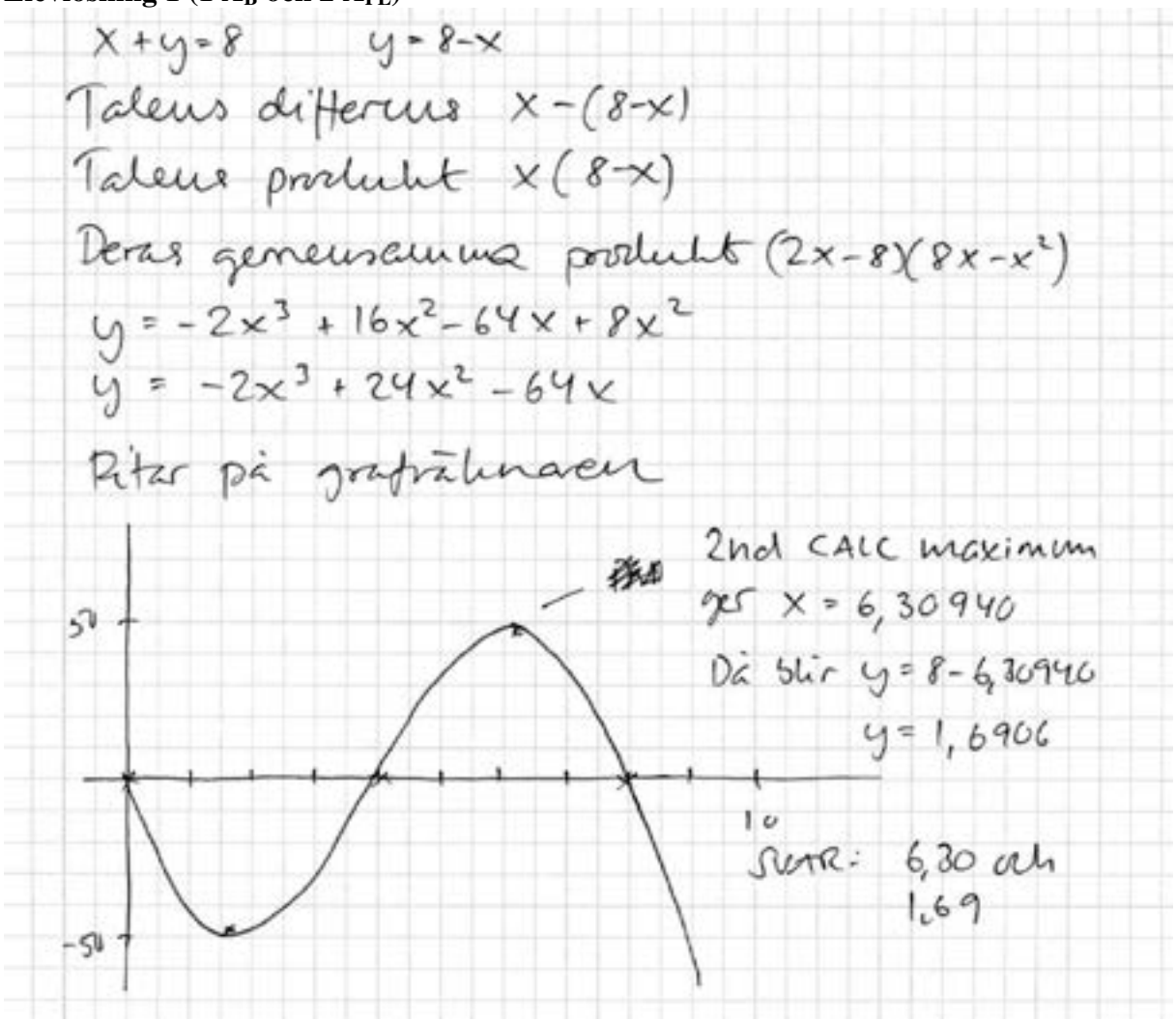
Elevlösning 4 (1 C_M och 1 A_M)



Kommentar: I elevlösning 2, 3 och 4 framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen och även på vilket sätt detta påverkar modellen (”grafen går under rumstemperaturen och fortsätter att minska”, ”grafen går under 20°-nivån och närmar sig noll” respektive ”Temperaturen borde närma sig 20° vilket den inte gör”). Elevlösningarna ges två modelleringspoäng, en på C-nivå och en på A-nivå.

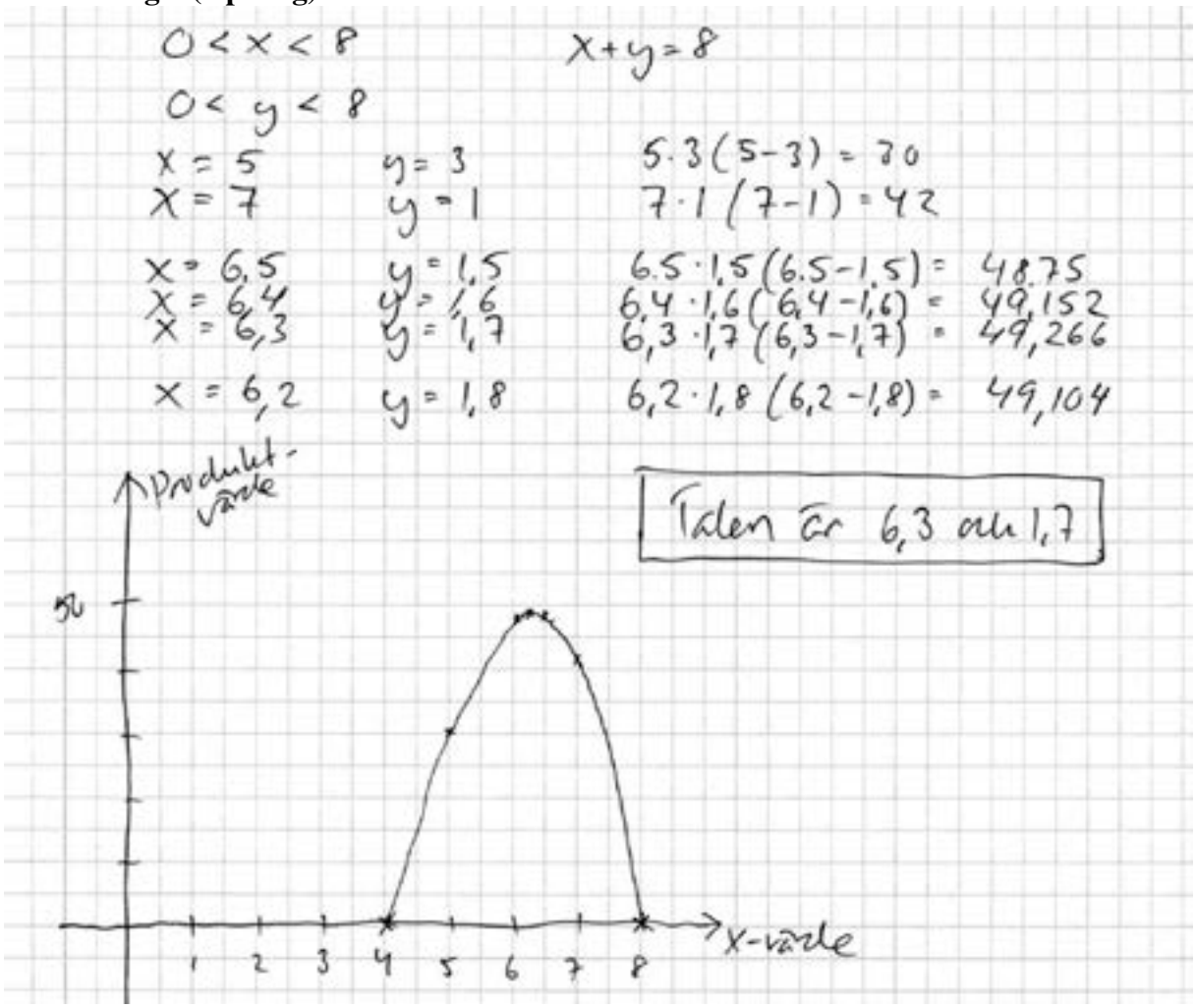
Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_B och 2 A_{PL})



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av ett uttryck för produkten. Lösningen visar även hur grafräknaren används på ett godtagbart sätt för bestämning och verifiering av maximum. Sammantaget motsvarar lösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

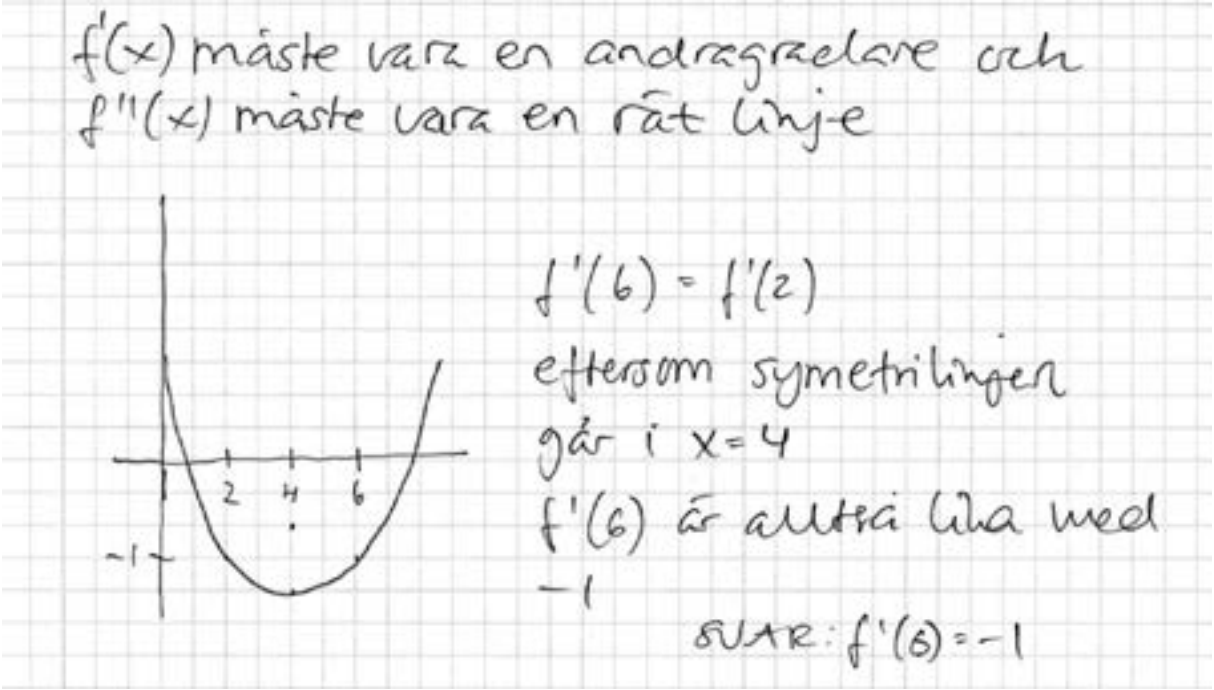
Elevlösning 2 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar hur ett korrekt resultat uppnås med hjälp av prövning. Prövningen styrker inte att maximum verkligen hittats och är ineffektiv i detta sammanhang. En uppgift av detta slag ska, på A-nivå, kunna lösas med mer effektiva metoder som bygger på användning av symbolisk algebra (i detta fall ett funktionsuttryck). Sammantaget ges lösningen inga problemlösningspoäng på A-nivå.

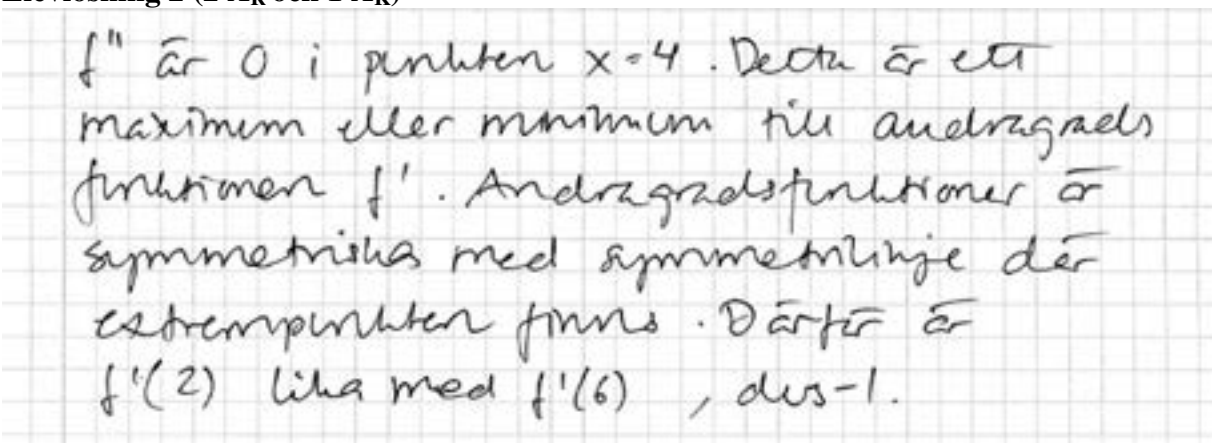
Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_R)



Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang som leder till ett korrekt svar. Att $f''(4) = 0$ betyder att derivatafunktionen har en extrempunkt då $x = 4$ förklaras inte och inte heller kopplingen mellan extrempunkten och symmetrilinjen. Att andraderivatan är en rät linje är inte relevant. På grund av dessa otydligheter uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

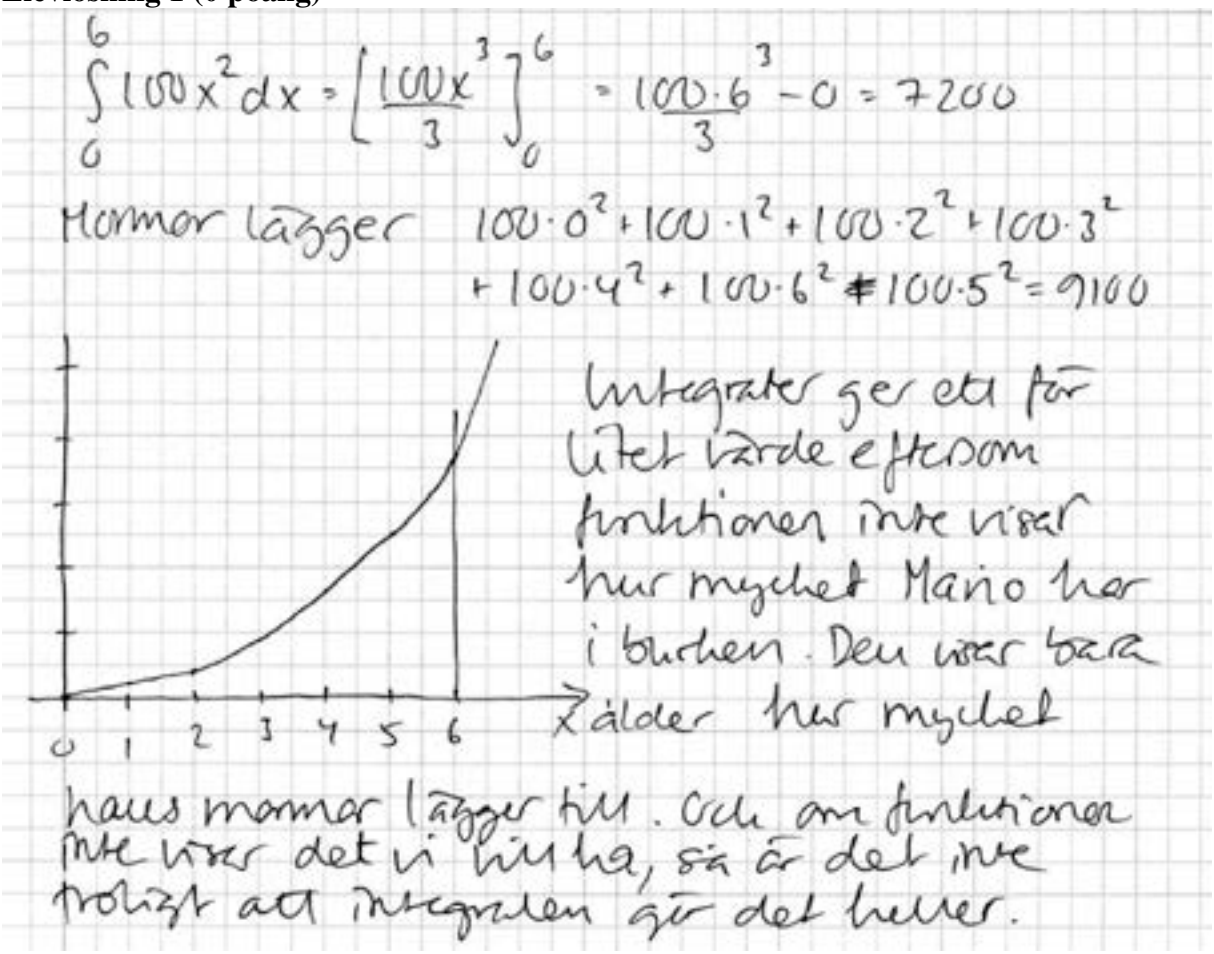
Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)



Kommentar: I elevlösningen förklaras både vad $f''(4) = 0$ betyder och att extrempunkten ligger på symmetrilinjen. Redovisningen skulle ha varit ännu enklare att följa och förstå om den innehållit en skiss med derivatafunktionen, symmetrilinjen och punkterna $(2, -1)$ och $(6, -1)$ markerade. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, men nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

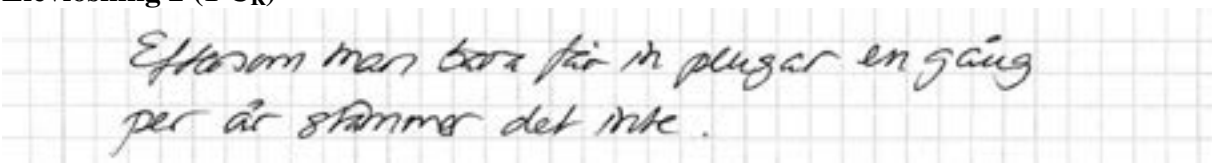
Uppgift 25

Elevlösning 1 (0 poäng)



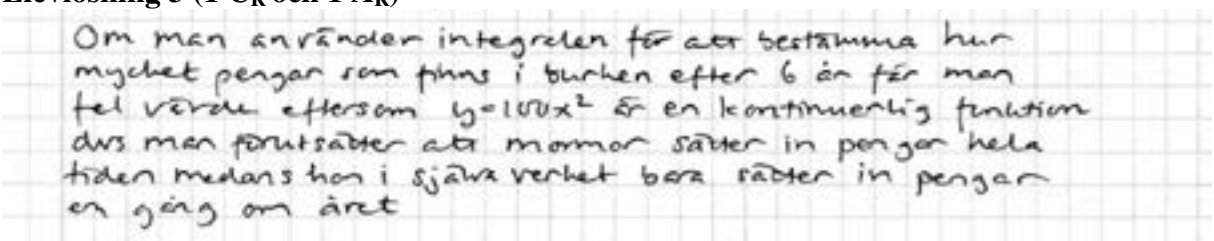
Kommentar: Elevlösningen visar korrekta beräkningar men ingen relevant egenskap som kan kopplas till skillnaden anges. Sammantaget ger denna lösning 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 C_R)



Kommentar: Elevlösningen antyder att skillnaden kan ha att göra med att mormors summa är en diskret funktion, vilket nätt och jämnt motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

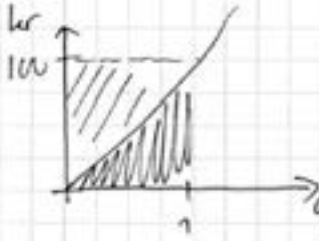


Kommentar: I elevlösningen kopplas skillnaden till att det rör sig om en kontinuerlig och en diskret funktion. Dock ges ingen förklaring till varför summan är större än integralen. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 C_R och 1 A_R)

Integralen är densamma som arean under grafen däremot inte har någon area under x-axeln som i det här fallet. På Mario är ett år skulle det ha funnits $\int_0^1 100x^2\,dx = \left[\frac{100x^3}{3}\right]_0^1 = 33$ kr

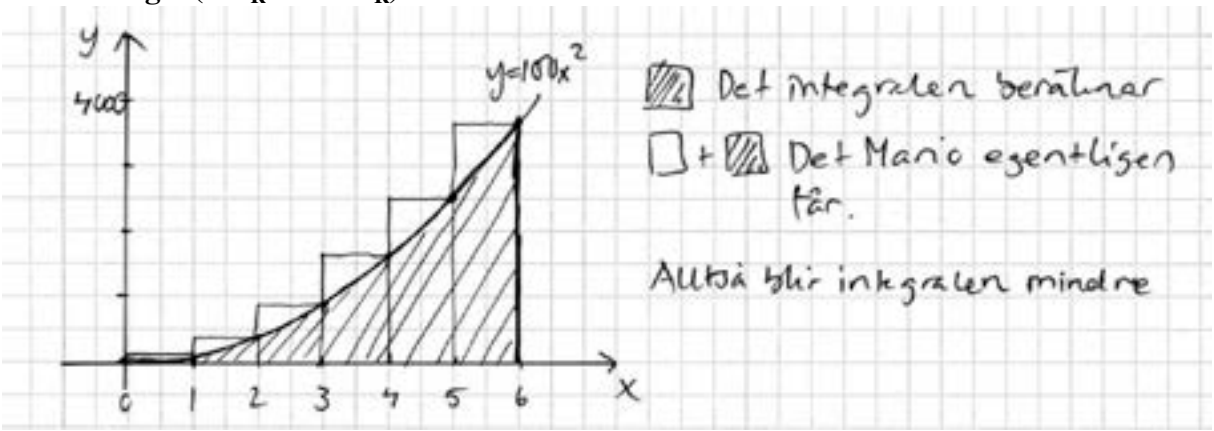
Men på Marios födelsedag lägger hans mamma i 100 kr.



Enligt diagrammet syns det att integralen bara blir 33 kr efter ett år, men att där finns 100 kr i burken. Eftersom även arean avartör upp till 100-strecket visar felaktigt antal pengar i burken. På samma sätt måste man hela tiden lägga till en viss area som finns ovanför grafen för att få fram hur mycket som finns i burken vilket gör att integralen får ett för litet värde.

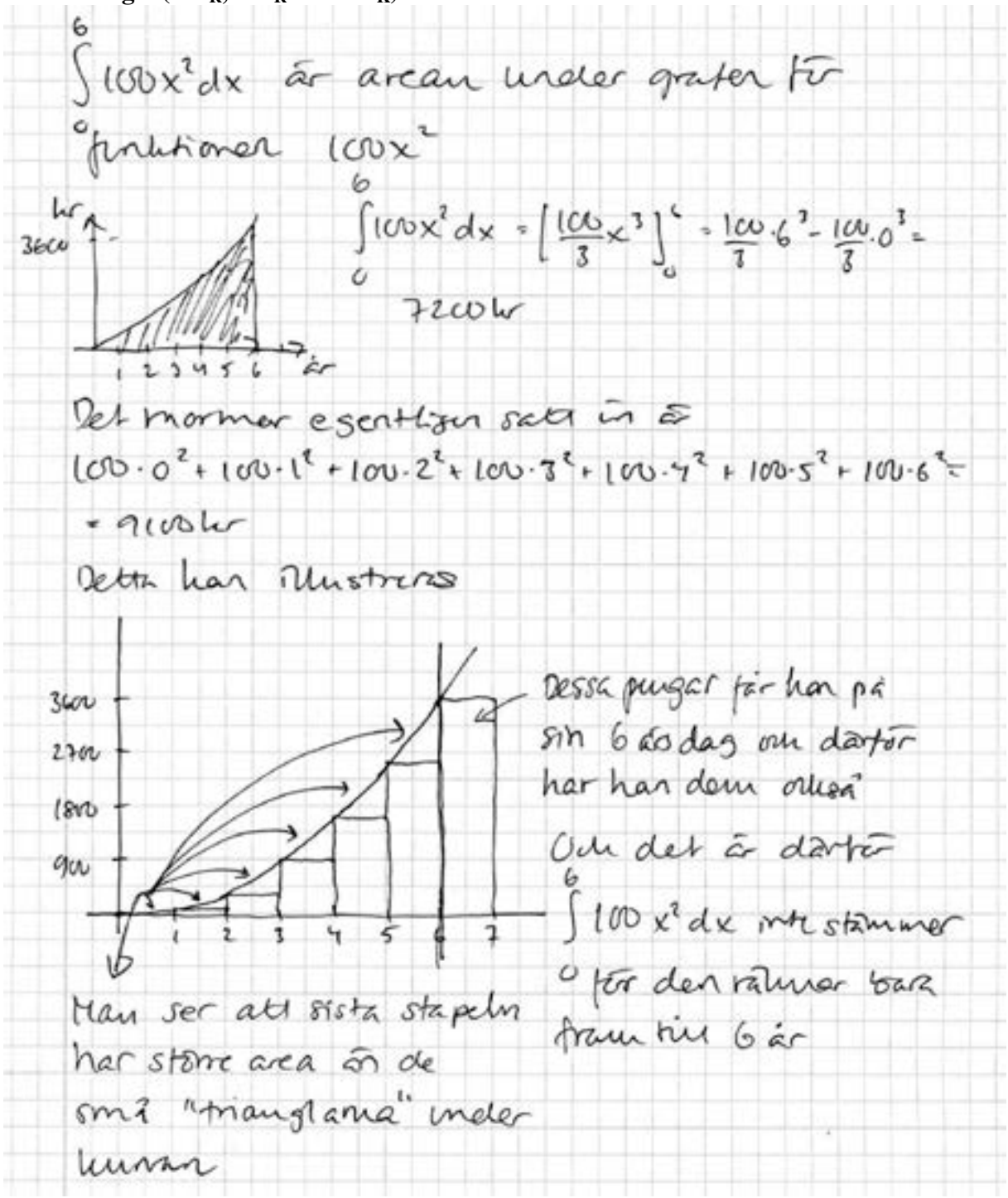
Kommentar: Elevlösningen visar medvetenhet om att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Resonemanget om integral- och stapelarea rör bara det första året och det är därför oklart varför integralen verkligen är mindre än summan över hela tidsperioden. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 C_R och 2 A_R)



Kommentar: Lösningen innehåller en tydlig figur med 6 staplar som visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Det framgår av lösningen att integralen har mindre värde än stapelsumman. Lösningen saknar dock förklaringar och är därmed, trots den tydliga figuren, kommunikationsmässigt knapphändig. Kommunikationspoäng på A-nivå erhålls därmed inte.

Elevlösning 6 (1 C_R, 2 A_R och 1 A_K)



Kommentar: Elevlösningen är lätt att följa och förstå och visar med en tillräckligt tydlig figur att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av sex staplar. Det framgår av figuren och förklaringarna att integralen har mindre värde än stapelsumman. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 3b och 3c

Betyget E – Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D – Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C – Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B – Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A – Eleven kan **definiera och utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 3b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Algebra

A1 Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar till hantering av dessa begrepp.
A2 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad.

Samband och förändring

F6 Användning av begreppet geometrisk summa samt linjär optimering i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena.
F7 Orientering kring kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde.
F8 Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad.
F9 Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion.
F10 Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av funktioner.
F11 Introduktion av talet e och dess egenskaper.
F12 Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion.
F13 Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium och andraderivatan.
F14 Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata.
F15 Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata.
F16 Bestämning av enkla integraler i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:_____ Klass:_____ Provbetyg: _____

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1												
	2												
	3												
	4												
	5a												
	5b												
	5c												
	6												
	7a												
	7b_1												
	7b_2												
	8_1												
	8_2												
	9a												
	9b												
	10a												
	10b												
Del C	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	13b_3												
	14a												
	14b_1												
	14b_2												
	15												
	16_1												
	16_2												
	16_3												
	16_4												

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1												
	17_2												
	18a												
	18b												
	19_1												
	19_2												
	20a_1												
	20a_2												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	20b_4												
	21a												
	21b_1												
	21b_2												
	21b_3												
	22a												
	22b												
	22c_1												
	22c_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	25_4												
	Total												
Σ													

	Total	**6**	**7**	**7**	**6**	**6**	**5**	**7**	**7**	**4**	**-**	**6**	**11**
Σ	**72**	**26**				**25**				**21**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Insamling av provresultat för matematik

Från och med höstterminen 2011 utför SCB (Statistiska centralbyrån) på uppdrag av Skolverket en totalinsamling av elevresultat. Information om denna totalinsamling utgår från SCB. **Sista dag för insamlingen är den 18 januari 2013.**

Förutom denna totalinsamling genomför provinstitutionen en urvalsinsamling. Denna insamling är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat är det möjligt att publicera en rapport med resultat från höstens prov under februari. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på http://www.edusci.umu.se/np-pb/np-2-4. Genom att använda återrapporteringsfilen för urvalsinsamlingen fås även en enkel sammanställning över elevens resultat fördelat på de olika förmågorna.

Urvalsinsamlingen

1. Gå in på www.edusci.umu.se/np-pb/np-2-4 och klicka på länken **Resultatinsamling ht 2012** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp till höger på sidan.

2. Ladda ner den Excelfil som tillhör det kursprov som ska återrapporteras. Observera att det finns en fil för varje prov och för att det ska vara möjligt att genomföra återrapporteringen så måste filen vara densamma som den kurs som ska redovisas.

3. Fyll i elevresultat för **elever födda den 7:e, 11:e, 13:e och 22:a i varje månad** i den undervisningsgrupp som genomfört provet. Vill du använda återrapporteringsfilen för hela klassen så är det naturligtvis möjligt att skicka in den kompletta Excelfilen. Observera att Excelfilen måste sparas i det ursprungliga formatet det vill säga Excel 97-2003 arbetsbok med ändelsen .xls för att filen ska vara möjlig att ladda upp.

4. Gå in på www.edusci.umu.se/np-pb/np-2-4 och klicka på länken **Resultatinsamling ht 2012.** Ange **tina7mo** i rutan för lösenord. Skapa en användare och ange några bakgrundsdata. Ett lösenord skickas till den angivna e-postadressen och det blir därmed möjligt att påbörja en återrapportering och sedan slutföra den vid ett senare tillfälle.

5. Fyll i lärarenkäten angående kursen och gruppen.

6. Ladda upp Excelfilen för den aktuella gruppen.

7. Skicka en kopia av bedömda elevlösningar för **elever födda den 7:e i varje månad** till:

Umeå universitet, Samhällsvetarhuset
Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap
Nationella prov
Att: Monika Kriström
901 87 UMEÅ

Eftersom vissa svar i lärarenkäten skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om delar av proceduren ovan (steg 2-7) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av augusti måste vi ha alla resultat **senast den 23 januari 2013.**